接觸力學 · 點接觸與線接觸 · 點蝕 · 技術參考文件 · 公開

赫茲接觸 應力

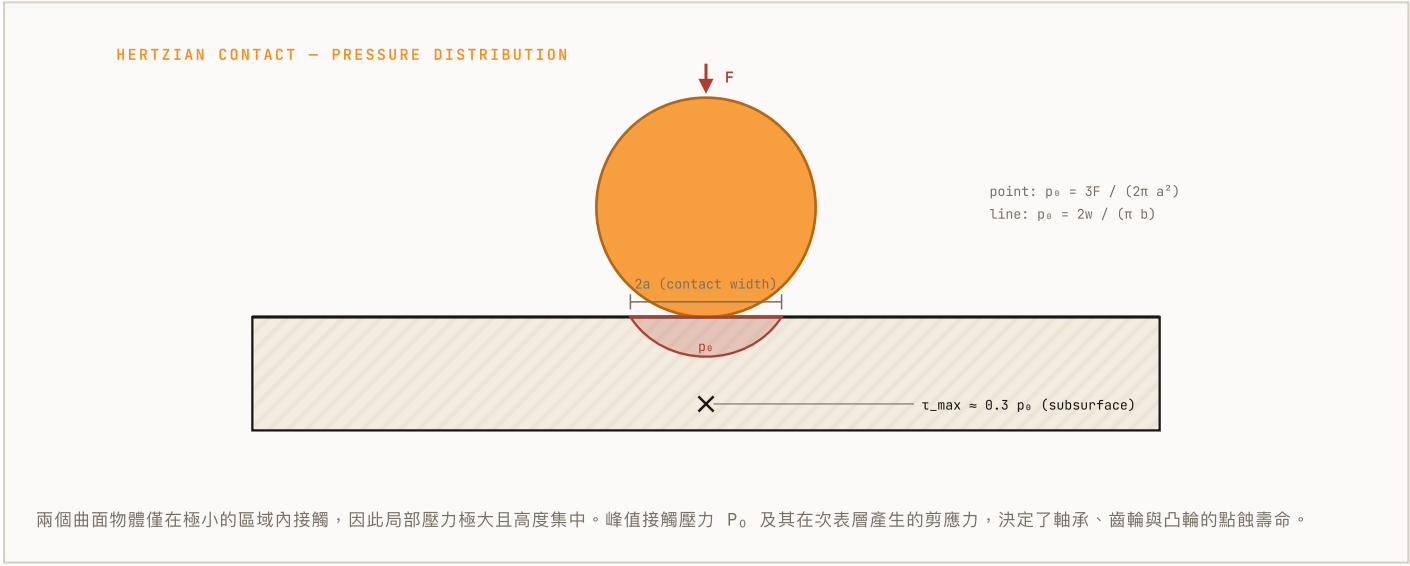
曲面物體之間的接觸應力——點接觸與線接觸公式、等效彈性模數與等效曲率半徑、引發點蝕的次表層剪應力，以及容許極限。

修訂	發行	負責	附件
1.0	June 2026	Ideambox 工程團隊	PDF 技術參考

摘要

曲面物體相互接觸時——滾珠與滾道、齒輪齒面與配合齒、凸輪與從動件、車輪與鋼軌——接觸面積非常小，因此局部（赫茲）應力遠高於名目負荷所顯示的數值。峰值接觸壓力及其在表面下方產生的剪應力，正是滾動元件的限制因素。

第 1 節說明赫茲接觸。第 2 節為點接觸（球體 / 滾珠）。第 3 節為線接觸（圓柱 / 滾柱）。第 4 節為等效彈性模數與等效曲率半徑。第 5 節探討次表層剪應力與容許應力。第 6 節為設計要點與檢核清單。



兩個曲面物體僅在極小的區域內接觸，因此局部壓力極大且高度集中。峰值接觸壓力 P_0 及其在次表層產生的剪應力，決定了軸承、齒輪與凸輪的點蝕壽命。

目錄

1. 什麼是赫茲接觸
2. 點接觸（球體 / 滾珠）
3. 線接觸（圓柱 / 滾柱）
4. 等效彈性模數與等效曲率半徑
5. 次表層剪應力與容許應力
6. 設計要點與檢核清單

1. 什麼是赫茲接觸

兩個非貼合的曲面相互壓緊時，會彈性變形形成一個微小的接觸區——圓形（點接觸）或狹長帶狀（線接觸）。接觸區內的壓力呈**半橢圓分布**，於中心達到峰值 $\mathbf{p_0}$。由於面積極小，p_0 非常大，而最大剪應力位於表面稍**下方**——滾動接觸疲勞（點蝕 / 剝落）正是從此處萌生。

p_0	最大（中心）接觸壓力——需要檢核的數值
點接觸	球對平面 / 球在滾道中 / 球對球 → 半徑 a 的圓形接觸區
線接觸	圓柱對平面 / 滾柱在滾道中 → 半寬 b 的帶狀接觸區，單位長度負荷 w
E*	等效（折合）彈性模數，綜合兩物體的彈性
R*	等效（相對）曲率半徑，綜合兩物體的曲率

2. 點接觸（球體 / 滾珠）

對兩個球體（或球對平面，$R_2 \to \infty$）：

- 接觸半径 `a = (3 F R* / 4 E*)^{1/3}`
- 峰值壓力 `p₀ = 3 F / (2 π a²)` （= 平均壓力的 1.5 倍）

p_0 僅隨負荷的**立方根**增加，因此負荷加倍時峰值壓力約上升 26%——但半徑縮小時 p_0 會快速上升，這就是小滾珠與尖銳凸面承受高應力的原因。

3. 線接觸（圓柱 / 滾柱）

對兩個平行圓柱，單位長度負荷為 `w = F / L`：

- 接觸半寬 `b = √(4 w R* / (π E*))`
- 峰值壓力 `p₀ = 2 w / (π b) = √(w E* / (π R*))`

線接觸將負荷沿滾柱分散，因此在相同總負荷下，p_0 低於點接觸——這也是同尺寸滾柱軸承比滾珠軸承承載能力更高的原因。須注意**邊緣負荷**：軸線偏斜會使 w 集中於滾柱兩端，因此滾柱都會做成凸度（crowning）。

4. 等效彈性模數與等效曲率半徑

兩接觸物體共同分擔變形，合成方式如下：

- $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$
- $1/R^* = 1/R_1 \pm 1/R_2$ ——兩凸面取 **+**；凸面物體位於凹面中（滾珠在其滾道內）取 **−**，此時 R^* 變大、應力降低。

因此，坐落於貼合滾道溝槽中的滾珠，所受應力遠低於同一顆滾珠壓在平面上。鋼對鋼：$E^* \approx 113$ GPa（兩者 $E = 207$ GPa、$\nu = 0.3$）。

5. 次表層剪應力與容許應力

- **最大剪應力**約為 **0.30 · p_0**，位於表面下約 **0.48 a**（點接觸）或 **0.78 b**（線接觸）處。滾動疲勞裂紋由此萌生，並向表面擴展形成點蝕坑。
- **靜態極限（壓痕）：** 淬硬軸承鋼約在 $p_0 \approx 4000–4200$ MPa 開始產生永久壓痕——此即靜額定負荷 C_0 的依據。
- **循環極限（點蝕）：** 遠低於靜態極限；滲碳淬火的齒輪 / 軸承齒面，長壽命設計通常取約 1300–1700 MPa 接觸應力（依 ISO 6336 / 軸承 L10）。

情況	P_0 參考極限
淬硬軸承鋼，靜態（壓痕）	~4000–4200 MPa
滲碳淬火齒輪齒面，長壽命	~1300–1700 MPa
全硬化鋼，中等循環次數	~1000–1400 MPa

以上數值僅供參考——實際壽命請依 ISO 6336（齒輪）或軸承 L10 額定值計算。

6. 設計要點與檢核清單

- **降低 p_0**：加大等效曲率半徑（凸度修整、貼合溝槽）、改為線接觸，或降低負荷。
- **提高極限**：採用更硬、更潔淨的鋼材（滲碳淬火、低夾雜物），並確保良好的 EHL 油膜（完整油膜可大幅延長點蝕壽命）。
- **注意次表層潔淨度**——位於最大剪應力深度的夾雜物就是裂紋核；軸承鋼因此採用真空脫氣處理。
- **檢核清單：** 求出 E^* 與 R^* → 計算 a/b 與 p_0（點接觸或線接觸）→ 與該材料及壽命對應的靜態極限（壓痕）和循環極限（點蝕）比較 → 若偏高，增加凸度 / 貼合度、進行硬化或改善潤滑。可搭配*軸承*、*齒輪*與*疲勞*技術參考使用。

This document is also a web page, kept up to date:
https://ideambox.com/zh-hant/downloads/hertz-contact-stress/

Designing something that needs this? ideambox.com/contact