接触力学 · 点接触・線接触 · ピッチング · 技術資料 · 公開

ヘルツの 接触応力

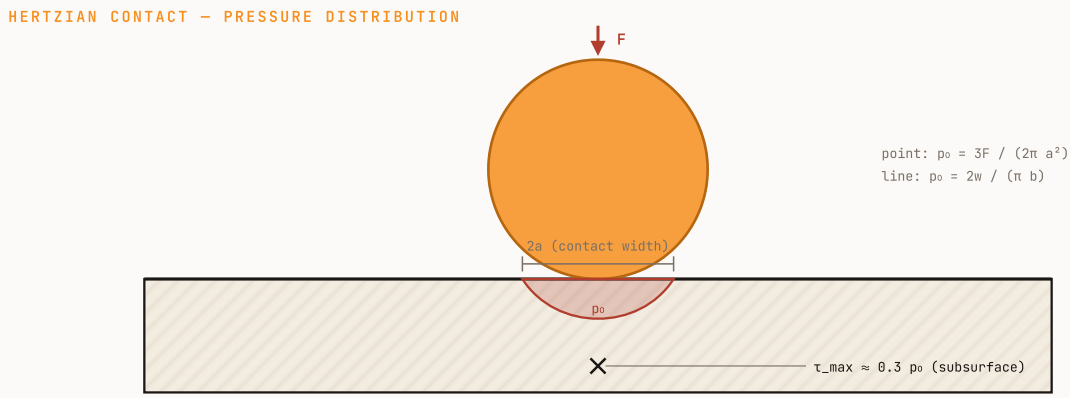
曲面どうしの接触応力 — 点接触と線接触の計算式、等価縦弾性係数と等価曲率半径、ピッチングの起点となる表面下のせん断応力、そして許容値。

改訂	発行	作成	付属資料
1.0	June 2026	Ideambox エンジニアリング	PDF技術資料

概要

曲面どうしが接触すると — 軌道輪上の玉、相手歯車とかみ合う歯、フォロワ上のカム、レール上の車輪 — 接触面積はきわめて小さく、局所的な（ヘルツの）応力は公称荷重から想像されるよりはるかに高くなる。転動体の限界を決めるのは、最大接触圧力と、表面直下に生じるせん断応力である。

第1節ではヘルツ接触を説明する。第2節は点接触（球・玉）、第3節は線接触（円筒・ころ）、第4節は等価縦弾性係数と等価曲率半径を扱う。第5節は表面下のせん断応力と許容応力、第6節は設計上の注意とチェックリストである。



曲面どうしはごく小さな面積で接触するため、局所的な圧力は非常に大きく、かつ集中する。最大接触圧力 P_0 とそれが生む表面下のせん断応力が、軸受・歯車・カムのピッチングを支配する。

目次

1. ヘルツ接触とは
2. 点接触（球・玉）
3. 線接触（円筒・ころ）
4. 等価縦弾性係数と等価曲率半径
5. 表面下のせん断応力と許容応力
6. 設計上の注意とチェックリスト

1. ヘルツ接触とは

非適合な2つの曲面を押し付けると、弾性変形して小さな接触域 — 円（点接触）または細い帯（線接触） — が形成される。この接触域内の圧力分布は**半楕円形**で、中心で最大値 **p_0** となる。面積がごく小さいため p_0 は非常に大きく、最大せん断応力は表面よりわずかに**下**に位置する — ここが転がり疲れ（ピッチング／はく離）の起点となる。

p_0	最大（中心）接触圧力 — 照査する値
点接触	玉と平面／玉と軌道輪／球と球 → 半径 a の円形接触域
線接触	円筒と平面／ころと軌道輪 → 半幅 b の帯状接触域、単位長さあたり荷重 w
E*	両物体の弾性を合成した等価（換算）縦弾性係数
R*	両物体の曲率を合成した等価（相対）曲率半径

2. 点接触（球・玉）

2つの球（または平面上の玉、$R_2 \to \infty$）の場合：

- 接触円半径 `a = (3 F R* / 4 E*)^{1/3}`
- 最大接触圧力 `p₀ = 3 F / (2 π a²)` （= 平均圧力の 1.5 倍）

p_0 は荷重の**3乗根**でしか増えないため、荷重を2倍にしても最大圧力の上昇は ~26% にとどまる — しかし半径が小さくなると急激に上昇する。小径の玉や鋭いクラウニングが高応力になるのはこのためである。

3. 線接触（円筒・ころ）

単位長さあたり荷重 `w = F / L` を受ける平行な2円筒の場合：

- 接触半幅 `b = √(4 w R* / (π E*))`
- 最大接触圧力 `p₀ = 2 w / (π b) = √(w E* / (π R*))`

線接触では荷重がころの長さ方向に分散するため、同じ総荷重でも点接触より p_0 が低くなる — 同寸法の玉軸受よりころ軸受の負荷能力が大きいのはこのためである。**エッジロード**に注意：ミスアライメントがあると w がころ端部に集中するため、ころにはクラウニングを施す。

4. 等価縦弾性係数と等価曲率半径

変形は両接触体が分担し、次のように合成する：

- $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$
- $1/R^* = 1/R_1 \pm 1/R_2$
  凸面どうしは **+**、凸面が凹面内にある場合（軌道溝内の玉）は **−** を用いる。後者では R^* が大きくなり、応力は下がる。

したがって、適合した軌道溝に収まる玉は、同じ玉を平面に置いた場合よりはるかに応力が低い。鋼と鋼：$E^* \approx 113$ GPa（いずれも $E = 207$ GPa, $\nu = 0.3$）。

5. 表面下のせん断応力と許容応力

- **最大せん断応力**は ≈ **0.30 · p_0** で、表面下およそ **0.48 a**（点接触）または **0.78 b**（線接触）の位置に生じる。転がり疲れき裂はここから発生し、表面へ進展してピットとなる。
- **静的限界（ブリネリング）：** 焼入れ軸受鋼では $p_0 \approx 4000–4200$ MPa 付近で永久圧痕が生じ始める
  これが基本静定格荷重 C_0 の根拠である。
- **繰返し限界（ピッチング）：** はるかに低い。浸炭焼入れした歯車・軸受の歯面／軌道面は、長寿命に対して通常 ~1300–1700 MPa の接触応力で設計する（ISO 6336／軸受の L10 による）。

条件	最大接触圧力 P_0 の目安
焼入れ軸受鋼、静的（ブリネリング）	~4000–4200 MPa
浸炭焼入れ歯面、長寿命	~1300–1700 MPa
ずぶ焼入れ鋼、中程度の繰返し数	~1000–1400 MPa

数値は目安である — 実寿命の評価には ISO 6336（歯車）または軸受の L10 定格を用いる。

6. 設計上の注意とチェックリスト

- **p_0 を下げる**：等価曲率半径を大きくする（クラウニング、適合溝）、線接触に広げる、または荷重を減らす。
- **許容値を上げる**：より硬く清浄度の高い鋼（浸炭焼入れ、低介在物）と、良好な EHL 油膜（完全な油膜はピッチング寿命を大幅に延ばす）。
- **表面下の清浄度に注意**
  最大せん断応力深さにある介在物はき裂の核となる。軸受鋼が真空脱ガス処理されるのはこのためである。
- **チェックリスト：** E* と R* を求める → a／b と p_0 を計算する（点接触または線接触）→ 材料と寿命に応じた静的限界（ブリネリング）と繰返し限界（ピッチング）と比較する → 高ければクラウニング・適合度の向上、硬化、潤滑の改善を行う。
  軸受
  、
  歯車
  、*疲労*の各資料と併せて使用する。

This document is also a web page, kept up to date:
https://ideambox.com/ja/downloads/hertz-contact-stress/

Designing something that needs this? ideambox.com/contact