Hertzsche Pressung

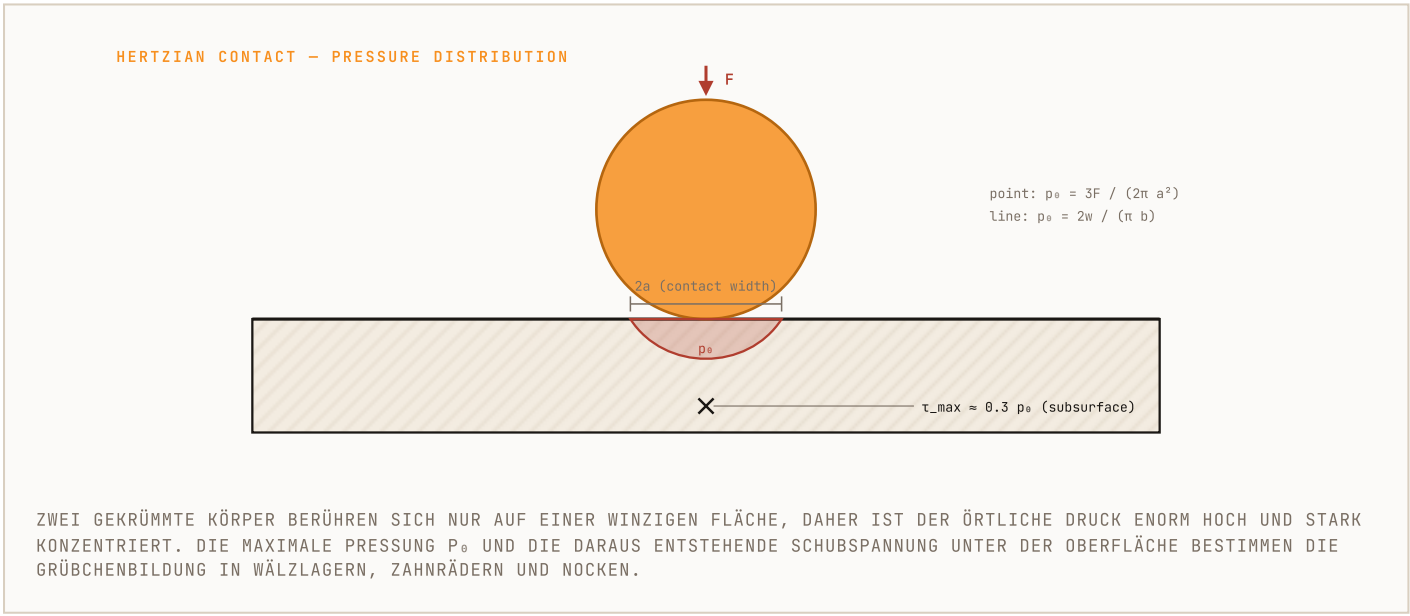
Die Kontaktspannung zwischen gekrümmten Körpern — Formeln für Punkt- und Linienberührung, Ersatz-E-Modul und Ersatzkrümmungsradius, die Schubspannung unter der Oberfläche als Ursache der Grübchenbildung und die zulässigen Grenzwerte.

REVISION	AUSGABE	VERANTWORTLICH	BEGLEITMATERIAL
1.0	June 2026	Ideambox Engineering	PDF-Referenz

KURZFASSUNG

Wenn gekrümmte Körper sich berühren — eine Kugel auf der Laufbahn, ein Zahn auf dem Gegenzahn, ein Nocken auf dem Stößel, ein Rad auf der Schiene —, geschieht das über eine sehr kleine Fläche. Die örtliche (Hertzsche) Spannung liegt deshalb weit über dem, was die Nennlast vermuten lässt. Die maximale Pressung und die Schubspannung, die sie knapp unter der Oberfläche erzeugt, begrenzen die Tragfähigkeit von Wälzkontakten.

Abschnitt 1 erläutert den Hertzschen Kontakt. Abschnitt 2 behandelt die Punktberührung (Kugeln). Abschnitt 3 behandelt die Linienberührung (Zylinder/Rollen). Abschnitt 4 betrifft Ersatz-E-Modul und Ersatzkrümmungsradius. Abschnitt 5 behandelt die Schubspannung unter der Oberfläche und die zulässige Pressung. Abschnitt 6 enthält Konstruktionshinweise und eine Checkliste.



ZWEI GEKRÜMMTE KÖRPER BERÜHREN SICH NUR AUF EINER WINZIGEN FLÄCHE, DAHER IST DER ÖRTLICHE DRUCK ENORM HOCH UND STARK KONZENTRIERT. DIE MAXIMALE PRESSUNG P_0 UND DIE DARAUS ENTSTEHENDE SCHUBSPANNUNG UNTER DER OBERFLÄCHE BESTIMMEN DIE GRÜBCHENBILDUNG IN WÄLZLAGERN, ZAHNRÄDERN UND NOCKEN.

INHALT

1. Was Hertzscher Kontakt ist
2. Punktberührung (Kugeln)
3. Linienberührung (Zylinder / Rollen)
4. Ersatz-E-Modul und Ersatzkrümmungsradius
5. Schubspannung unter der Oberfläche und zulässige Pressung
6. Konstruktionshinweise und Checkliste

1. Was Hertzscher Kontakt ist

Zwei nicht schmiegende, gekrümmte Oberflächen, die aufeinandergedrückt werden, verformen sich elastisch zu einer kleinen Kontaktfläche — einem Kreis (Punktberührung) oder einem schmalen Streifen (Linienberührung). Über diese Fläche verläuft die Pressung **halbelliptisch** mit dem Maximum $\mathbf{p_0}$ in der Mitte. Da die Fläche winzig ist, wird p_0 sehr groß, und die maximale Schubspannung liegt etwas **unterhalb** der Oberfläche — dort, wo die Wälzermüdung (Grübchenbildung/Pitting, Schälung) beginnt.

p_0	Maximale Pressung (in der Mitte) — der Wert, der nachgewiesen wird
Punktberührung	Kugel auf Ebene / Kugel in Laufbahn / Kugel auf Kugel → kreisförmige Fläche mit Radius a
Linienberührung	Zylinder auf Ebene / Rolle in Laufbahn → Streifen der Halbbreite b, Linienlast w
E*	Ersatz-E-Modul (reduzierter Modul), fasst die Elastizität beider Körper zusammen
R*	Ersatzkrümmungsradius (relativer Radius), fasst die Krümmungen beider Körper zusammen

2. Punktberührung (Kugeln)

Für zwei Kugeln (oder eine Kugel auf einer Ebene, $R_2 \to \infty$):

- Kontaktradius $a = (3\ F\ R^*\ /\ 4\ E^*)^{1/3}$
- Maximale Pressung $p_0 = 3\ F\ /\ (2\ \pi\ a^2)$ (= 1.5 × mittlere Pressung)

p_0 steigt nur mit der **dritten Wurzel** der Last, eine doppelte Last erhöht die maximale Pressung also um ~26 % — sie steigt aber schnell bei kleiner werdendem Radius. Deshalb sind kleine Kugeln und scharfe Balligkeiten hoch beansprucht.

3. Linienberührung (Zylinder / Rollen)

Für zwei parallele Zylinder mit der Linienlast `w = F / L`:

- Halbe Kontaktbreite `b = √(4 w R* / (π E*))`
- Maximale Pressung `p₀ = 2 w / (π b) = √(w E* / (π R*))`

Die Linienberührung verteilt die Last über die Rollenlänge und ergibt bei gleicher Gesamtlast ein kleineres p_0 als die Punktberührung — der Grund, warum Rollenlager mehr tragen als gleich große Kugellager. Achtung bei **Kantenpressung**: Schiefstellung konzentriert w an den Rollenenden, deshalb werden Rollen ballig (profiliert) ausgeführt.

4. Ersatz-E-Modul und Ersatzkrümmungsradius

Beide Kontaktkörper teilen sich die Verformung, zusammengefasst als:

- $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$
- $1/R^* = 1/R_1 \pm 1/R_2$

  + für zwei konvexe Flächen, **–** für einen konvexen Körper in einer konkaven Fläche (Kugel in ihrer Laufbahn); das macht R* groß und senkt die Spannung.

Eine Kugel in einer schmiegenden Laufbahnrille ist daher weit weniger beansprucht als dieselbe Kugel auf einer Ebene. Stahl auf Stahl: $E^* \approx 113$ GPa (jeweils $E = 207$ GPa, $\nu = 0.3$).

5. Schubspannung unter der Oberfläche und zulässige Pressung

- Die **maximale Schubspannung** beträgt ≈ **0.30 · p_0** und liegt etwa **0.48 a** (Punkt) bzw. **0.78 b** (Linie) unter der Oberfläche. Dort beginnen die Wälzermüdungsrisse und wachsen als Grübchen zur Oberfläche.

- **Statische Grenze (Brinelling):** Bleibende Eindrückungen beginnen bei gehärtetem Wälzlagerstahl um p_0 ≈ 4000–4200 MPa
  die Grundlage der statischen Tragzahl C_0.

- **Zyklische Grenze (Grübchenbildung):** deutlich niedriger; einsatzgehärtete Zahn- und Laufflächen werden für lange Lebensdauer typisch auf ~1300–1700 MPa Pressung ausgelegt (nach ISO 6336 bzw. Lagerlebensdauer L10).

SITUATION	RICHTWERT FÜR P_0
Gehärteter Wälzlagerstahl, statisch (Brinelling)	~4000–4200 MPa
Einsatzgehärtete Zahnflanke, lange Lebensdauer	~1300–1700 MPa
Durchgehärteter Stahl, mäßige Lastspielzahl	~1000–1400 MPa

Die Werte sind Richtwerte — für die reale Lebensdauer ISO 6336 (Zahnräder) bzw. die L10-Tragzahlen der Wälzlager verwenden.

6. Konstruktionshinweise und Checkliste

- **p_0 senken** durch größeren Ersatzkrümmungsradius (Balligkeit, schmiegende Rillen), Übergang zur Linienberührung oder geringere Last.

- **Grenzwert anheben** mit härterem, reinerem Stahl (Einsatzhärten, wenige Einschlüsse) und einem tragfähigen EHD-Schmierfilm (ein vollständiger Schmierfilm verlängert die Grübchenlebensdauer drastisch).

- **Reinheit unter der Oberfläche beachten**
  Einschlüsse in der Tiefe der maximalen Schubspannung sind Risskeime; Wälzlagerstähle werden aus diesem Grund vakuumentgast.

- **Checkliste:** E* und R* bestimmen → a/b und p_0 berechnen (Punkt oder Linie) → mit der statischen Grenze (Brinelling) und der zyklischen Grenze (Grübchenbildung) für Werkstoff und Lebensdauer vergleichen → bei zu hohen Werten Balligkeit/Schmiegung vorsehen, härten oder die Schmierung verbessern. Ergänzend: die Referenzen
  Wälzlager
  ,
  Zahnräder
  und
  Dauerfestigkeit
  .

This document is also a web page, kept up to date:
https://ideambox.com/de/downloads/hertz-contact-stress/

Designing something that needs this? ideambox.com/contact